



SECONDE SUITE DES
MEMOIRES
DE

L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES,
ANNE'E M. D. CCLIV.
SECONDE CENTURIE.



* RECHERCHES
SUR LA
PRE'CESSION DES EQUINOXES,
ET SUR LA
NUTATION DE L'AXE DE LA TERRE,
*Dans l'hypothèse de la dissimilitude des Mé-
ridiens.*

472
in 4^o

Par Mr. D'ALEMBERT.

AUCUN de ceux qui s'intéressent D'AL-
à la question de la figure de la LEM-
Terre, n'ignore les doutes qu'on BERT.
a fait naître dans ces derniers
H. Centurie. Ffa temps 1756
Décembre

* R É F L E X I O N S

*Pag. 679
in 4.

S U R L E S

M A C H I N E S H Y D R A U L I Q U E S.

Par Mr. le Chevalier D' A N C Y.

L'UTILITE' des Machines mûes par l'eau, & les grandes manufactures où on les emploie, pourroient nous faire croire que l'on a apporté beaucoup de soin & d'attention à en connoître & à en calculer les effets; cependant il n'en est pas ainsi. Les connoissances solides ne naissent que de la réunion de la théorie & de la pratique; en vain espérera-t-on quelque succès, dans quelque art que ce soit, sans cette réunion; car l'expérience même, qui doit dans beaucoup de cas être notre premier guide, peut souvent nous faire tomber dans l'erreur. Tels seront tous les cas où l'effet que l'on entreprend de reconnoître ou de déterminer, aura un *maximum* ou un *minimum*. En effet, si dans les tentatives que l'on fait, les choses ne sont pas disposées de façon qu'on puisse parvenir au point du *maximum* ou du *minimum*, on trouvera que la quantité que l'on fait varier fait augmenter ou diminuer l'effet que l'on considère, d'où l'on conclurra faussement que

Chev.
D'ARCY.14 Juin
1755.

cet

1754.

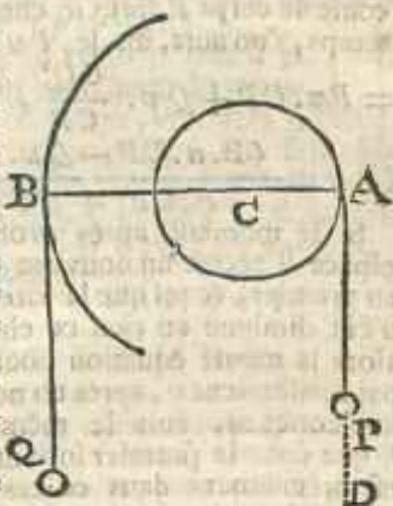
cet effet augmente ou diminue toujours. Il faut donc pousser les expériences à leur extrême, pour pouvoir conclure avec justice. C'est ainsi que si l'on cherchoit dans l'Artillerie la plus grande portée d'un canon, & que l'on n'eût point essayé au-delà de 45 degrés d'élevation, l'on auroit conclu que les portées auroient augmenté avec les angles. Cette digression étoit nécessaire pour l'intelligence du but de ce Mémoire, qui ne tend qu'à montrer que l'on ne doit pas rejeter légèrement une théorie, même sur des expériences. Je ne parlerai dans ce Mémoire que du mouvement de deux corps qui s'entraînent; & rien ne gênant pour la construction des machines, * je regarderai toutes les machines hydrauliques comme des chapelets montans & descendans. L'on voit par-là qu'en considérant un seul des seaux descendans avec le seau correspondant qui monte, l'on aura résolu les différentes questions que je me propose de résoudre.

* Pag. 650
la 4.

PROBLEME I.

Cher.
D'ARCF.

Soient deux poulies AC, BC, ensemble attachées l'une à l'autre, & qui tournent sur le même axe C; que la poulie AC porte le corps P, & la poulie BC le poids Q, trouver quelle est la vitesse du corps P, après avoir parcouru une hauteur AD donnée.



Soit $AC = a$, $BC = z$, $P = p$, $Q = q$, $AD = h$.

Si on considère la gravité connue des impulsions que reçoivent les corps, le problème se réduira dans le premier instant à celui-ci: deux corps P & Q venant frapper avec des vitesses égales, mais dans un sens contraire, la règle CQ mobile autour du point C, trouver la vitesse après le choc.



Par la conservation de l'action, l'on aura,

1754

aura, en supposant u l'espace que (a) les corps p & q parcourent avant le choc dans un temps donné, & v l'espace que parcourt le corps P après le choc dans le même temps, l'on aura, dis-je, $Pu.CP - Qu.CQ = Pv.CP + Qv.CQ$, d'où l'on tire

$$(b) v = \frac{(P.u.CP - Qu.CQ)}{P.CP + QCQ} \times CP.$$

Si le moment après avoir parcouru cet espace il reçoit un nouveau choc semblable au premier, & tel que la vitesse déjà acquise n'eût diminué en rien ce choc, l'on auroit alors la même équation pour v relatif; & par conséquent v , après un nombre de chocs quelconques, aura la même relation à u que dans le premier instant. Or la gravité est précisément dans ce cas, son effet est proportionnel au temps & ne dépend nullement de la vitesse du corps: donc si le corps, dans le premier problème, arrive en D dans le temps t , & que y soit l'espace qu'auroit parcouru ce même corps P , s'il n'eût pas entraîné ou élevé le corps Q ,

$$\text{L'on aura } Pay - Qzy = Pab + Q \frac{bzz}{a},$$

ou

(a) les corps p & q lisez les corps P & Q

$$(b) v = \frac{(P.u.CP - Qu.CQ)}{P.CP + QCQ} \times CP.$$

$$\text{Lisez } v = \frac{(P.u.CP - Qu.CQ)}{P.CP + QCQ} \times CP.$$

Chev.
D'ARCT.

$$\text{ou } y = \frac{b.(paa + qzz)}{paa - qzz} \& z$$

$$= \frac{2\sqrt{b} \cdot \sqrt{(paa + qzz)}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{(pa - qz)}}, \text{ qui est le}$$

temps que (a) le corps p met à parcourir la ligne AD en entraînant le corps Q .
Connoissant le temps, l'on aura aisément la vitesse en chaque point; elle sera dans un point quelconque P à celle dans un autre $D :: \sqrt{(AP)} : \sqrt{(AD)}$, & par conséquent la vitesse $\frac{\sqrt{b} \cdot \sqrt{(paa - qzz)}}{\sqrt{(paa + qzz)}}$.

PROBLEME II.

Les poids p & q étant donnés & le rayon a d'une des poulies, trouver le rayon z que doit avoir l'autre poulie, pour que le corps q soit élevé le plus haut dans le moins de temps; c'est-à-dire, quand est-ce que $Q \times \frac{bz}{a}$ étant

la hauteur où monte le corps Q , pendant que le corps P descend en D , divisé par (b)

$$= \frac{2\sqrt{(b)} \cdot \sqrt{(paa + qz)}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{(pa - qz)}}, \text{ qui est le temps,}$$

sera un maximum?

Si on différencie cette quantité & qu'on l'é-

(a) le corps p lisez le corps P

$$(b) \frac{2\sqrt{(b)} \cdot \sqrt{(paa + qz)}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{(pa - qz)}} \text{ lisez } \frac{2\sqrt{(b)} \cdot \sqrt{(paa + qzz)}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{(pa - qz)}}$$

II. Centuria.

Aaa

1754. l'égalé à zéro, l'on aura $2ppa' = 3pqaaz$
 $+qqz^2$, ou

$$z = \sqrt[3]{\left[\frac{3ppa'}{2qq} + \sqrt{\left(\frac{9p^2a'^2}{4q^2q} + \frac{p^3a'^3}{q^3}\right)}\right]} - \sqrt[3]{\left[-\frac{3ppa'}{2qq} + \sqrt{\left(\frac{9p^2a'^2}{4q^2q} + \frac{p^3a'^3}{q^3}\right)}\right]}.$$

Si au lieu de faire varier z on eût fait varier q , l'on auroit $q = \sqrt[3]{\frac{pV}{z}}$

$$\left[\frac{a^3}{z^3} + \left(\frac{3aa - az}{4zz}\right)^2\right] - \left(\frac{3aa - az}{4zz}\right).$$

*Pag. 681. Il est clair que de ces deux équations l'on tirera la solution de plusieurs questions importantes dans les machines mues par l'eau: par exemple, si l'on connoit la quantité d'eau à tirer & la puissance motrice, on saura à quelle hauteur on peut porter l'eau.

Si on fait la hauteur, trouver la quantité d'eau que l'on peut élever; on voit que

$\frac{zb}{a}$ est l'expression de cette hauteur: si cette quantité est constante, z est constant & l'équation précédente, où l'on a fait varier q , donnera la solution du problème. Si au contraire, la quantité qu'il faut tirer est déterminée, l'on aura q constant, & alors le rayon z , & par conséquent $\frac{zb}{a}$,

fera déterminé par la première équation; de-là on tirera aussi le vrai calcul de la machine à feu.

L'on

L'on tire aussi de cette manière de considérer les machines, cette remarque, que si dans l'expression de l'effet de la machine on suppose qz constant, on aura l'effet d'autant plus petit que z sera plus grand; conclusion bien différente de ce que l'on croit ordinairement, qu'en augmentant les rayons & diminuant les poids à proportion, en sorte que le poids par le levier est constant ou ne change rien dans l'effet. Après ces différentes réflexions, je crois devoir mettre sous les yeux de l'Académie l'explication d'une expérience faite par M. de Parcieux dans une de nos Assemblées. Cette expérience tendoit à conclure que plus les machines vont lentement, plus elles font d'effet.

J'ai fait les expériences suivantes sur cette roue; elle a 15 pouces de diamètre extérieur, & sur son axe sont trois treuils ou poulies, une de 3 pouces, une de 2 pouces & une d'un pouce de diamètre. Cette roue lève un poids de 6 onces 7 gros par le moyen d'une poulie attachée au poids, c'est-à-dire que les vrais treuils sur lesquels roule cette roue sont d'un pouce 6 lignes de diamètre. La roue fait dix tours environ par la plus grosse poulie ou treuil, quatorze avec le moyen, & vingt-deux avec le petit: la roue use pendant ce temps environ 57 onces d'eau; elle reçoit l'eau à environ 30 degrés * au dessus de l'horizontale, par conséquent cette roue est chargée pour le treuil de 3 pouces, d'une once $\frac{1}{2}$; pour celui de 2 pouces d'une once; pour celui

A a a 2

d'un

cher.
D'ARCY.

*Pag. 681.
in 4.

1754. d'un pouce de 6 gros $\frac{2}{3}$ de gros. Si on réduit ces quantités ou leurs poids réels au bout du rayon, ils deviendront environ $1 \frac{1}{2}$ once, $1 \frac{1}{3}$, $5 \frac{2}{3}$ de gros: si on substitue à présent à la place de a successivement $\frac{1}{2}$ de pouce, $\frac{2}{3}$ pouce & $\frac{3}{4}$ de pouce; à la place de P $1 \frac{1}{2}$ once, $1 \frac{1}{3}$ d'once, $5 \frac{2}{3}$ de gros, & 7 pouces à la place de a , l'on aura,

$$q = 6p, \text{ ou } 9 \text{ onces,}$$

$$q = 9p, \text{ ou } 9 \frac{1}{2} \text{ onces,}$$

$$q = 18p, \text{ ou } 12 \frac{1}{2} \text{ onces.}$$

Or, la valeur de q dans l'expérience n'est que de 6 onces $\frac{1}{2}$; donc l'on n'étoit pas encore arrivé au point du *maximum* de l'effet, le poids étant encore trop petit dans le cas même du plus grand rayon.

Ceci suffiroit pour expliquer la raison de la différence de l'opinion de M. de Parcieux & de la mienne, mais je crois qu'il faudroit avoir recours à l'expérience, en augmentant les rayons & les poids jusqu'au delà du *maximum*; cela seroit aisé à faire avec la machine de M. de Parcieux, mais je dois rapporter ici quelques remarques que j'ai faites sur cette machine. En voici une, lorsque l'eau cesse de tomber dans la roue, elle se met en équilibre avec le poids, & reste assez de temps dans cet état; mais un peu après elle recommence à marcher, non pas en rétrogradant, ce qui paroîtroit le plus naturel, mais au contraire en avant; d'où peut venir cette augmentation de force? en voilà l'explication: les godets sont

pe-

petits & font un peu l'effet des tuyaux capillaires; de sorte qu'il reste de l'eau dans les godets long-temps après qu'ils ont passé la verticale. Plus la roue va vite, plus cette eau remonte avant de pouvoir glisser le long des parois: lorsque la roue arrête, cette eau se dégage petit à petit en glissant le long de la roue, & par-là rend ce côté plus léger, & par conséquent la roue marche. Cet effet contribue sûrement * à faire paroître les effets de la roue moindres, à mesure qu'elle va plus vite, cette eau montant plus haut & pouvant être regardée comme une force retardatrice qui augmente avec la vitesse.

L'on voit par-là que cette machine n'est pas assez exacte pour faire des expériences aussi essentielles. Si les dépenses que j'ai déjà faites & que je fais encore sur différentes matières, n'étoient pas si considérables, j'aurois joint des faits à ce Mémoire.

Je laisse donc à l'Académie à faire les expériences nécessaires pour éclaircir des faits très-importans pour les grandes manufactures.

Chev.
D'ARCY

*Pag. 681
à in 4.